

Zur Vielfachstreuung und Rückdiffusion schneller Elektronen nach Durchgang durch dicke Schichten*

Von H. FRANK **

Aus dem Zweiten Physikalischen Institut der Universität Göttingen
(Z. Naturforschg. 14 a, 247—261 [1959]; eingegangen am 3. Dezember 1958)

Es wird über die Winkel- und Energieverteilung der an Metallfolien (Al, Cu, Pb) gestreuten Elektronen berichtet, indem Beispiele für die verschiedenen in der Praxis interessierenden Fälle zusammengestellt werden. Dabei trafen monoenergetische Elektronen mit einer kinetischen Energie von 1,75 MeV unter verschiedenen Einfallswinkeln auf Folien, deren Dicke einen Halbwertswinkel von mindestens 20° ergab und bis zur praktischen Reichweite variiert wurde. Die Messungen erstreckten sich bis zum Ablenkungswinkel $\Theta = 170^\circ$.

In Vorwärtsrichtung wurde bei senkrechtem Einschuß insbesondere der Fall der „vollständigen Diffusion“ untersucht, bei schrägem Einschuß der Übergang zur Symmetrie um die Foliennormale mit wachsender Foliendicke.

Für die rückgestreuten Elektronen wurde vor allem der Einfluß der Folienstellung auf Energie- und Winkelverteilung untersucht. Dreht man die Folie, so nimmt die Rückstreuintensität in der Nähe des Reflexionswinkels für alle Z in gleichem Maße zu und man erhält schließlich bei sehr schrägem Einschuß im Reflexionswinkel eine von Z unabhängige Rückstreuintensität. Die Rückstreucoeffizienten für senkrechten Einschuß und sättigungssdicke Schicht sind Pb: 36%, Cu: 18% und Al: 5%. Sie sind kleiner als die bei kleinen Energien bekannten Werte. Den Änderungen in der Winkelverteilung entsprechen beträchtliche Änderungen der Energieverteilung mit der Beobachtungsgeometrie. Die mittleren Energieverluste sind im vorliegenden Energiebereich größer als bei kleinen Primärenergien. Der Einfluß der Primärenergie wird an einigen Beispielen diskutiert. Dabei bestätigt sich eine Abschätzung für die Rückstreuung, nach der die Energieverteilung und der Rückstreucoeffizient für $E_0 > 1$ MeV vom Parameter Z/E_0 abhängen sollten.

Während die Vielfachstreuung, die schnelle Elektronen beim Durchgang durch dünne Folien mit kleinen mittleren Ablenkungswinkeln ($\Theta_H < 20^\circ$) erfahren, von verschiedenen Autoren¹⁻³ gründlich untersucht worden ist und theoretisch nach MOLIÈRE⁴ sehr gut beschrieben wird, fehlt es sowohl an einer ähnlich befriedigenden Theorie als auch an Messungen für den in der Praxis häufig interessierenden Fall dicker Schichten mit Streuung in große Winkelbereiche.

Bei dieser starken Streuung verläßt ein Teil der auf die Folie auftreffenden Elektronen diese als „rückgestreute“ Elektronen wieder auf der Eintrittsseite, und es liegt nahe, die Rückstreuung in die folgenden Untersuchungen mit einzubeziehen.

Da die an dicken Folien gestreuten Elektronen zum Teil beträchtliche Energieverluste erlitten haben und vor allem in der Rückstreuung über ein breites Spektrum verteilt sind, interessiert außer der Winkelverteilung auch ihre Energieverteilung. Über sol-

che Messungen an Elektronen im Energiebereich um 2 MeV soll hier berichtet werden.

Läßt man Elektronen senkrecht auf eine Folie fallen, so erhält man in der Vorwärtsrichtung eine Winkelverteilung, die bei geringer Foliendicke (d) näherungsweise durch eine GAUSS-Funktion zu beschreiben ist, deren Halbwertswinkel Θ_H mit der Schichtdicke ungefähr proportional zu \sqrt{d} bis etwa 45° anwächst. Wie aus alten Messungen⁵, die nur mit energiearmen Elektronen oder mit β -strahlenden Präparaten durchgeführt wurden, bekannt ist, wird mit dieser Halbwertsbreite eine Verteilung erreicht, die sich mit weiter anwachsender Foliendicke nicht mehr ändert. Deshalb spricht man auch von „vollständig diffus“ gestreuten Elektronen oder kurz von „vollständiger Diffusion“.

Der Übergang zu diesem Streuzustand wird im Rahmen der folgenden Messungen untersucht und außerdem wird an schräg zum Elektronenstrahl stehenden Folien gezeigt, wie die Bevorzugung der Ein-

* Gekürzte Göttinger Dissertation 1957.

** Jetzt Institut für Technische Kernphysik der Technischen Hochschule Darmstadt.

¹ L. KULCHITSKY u. G. LATYSHEV, Phys. Rev. **61**, 254 [1942].

² A. O. HANSON, L. H. LANZL, E. M. LYMAN u. M. B. SCOTT, Phys. Rev. **84**, 634 [1951].

³ O. KNECHT u. W. BOTHE, Z. Naturforschg. **8 a**, 805 [1953].

⁴ G. MOLIÈRE, Z. Naturforschg. **3 a**, 78 [1948].

^{4a} G. MOLIÈRE, Z. Naturforschg. **2 a**, 133 [1947].

⁵ W. BOTHE, Handbuch der Physik, Bd. **22/2**, Springer-Verlag, Berlin 1933.



fallsrichtung verlorengeht und die Winkelverteilung schließlich symmetrisch zur Foliennormalen wird.

Neuere Messungen, die über den Gültigkeitsbereich der MOLIÈRESCHEN Theorie hinausgehen, gibt es nur von KNECHT und BOTHE³. Diese reichen aber nur bis zum Ablenkungswinkel $\Theta = 50^\circ$ und behandeln nicht die „vollständige Diffusion“. KNECHT und BOTHE haben dabei auch die sonst noch nicht gemessene Streuung an schrägstehenden Folien untersucht, doch beschränken sich diese Messungen auf dünne Folien.

Eine ähnliche Winkelverteilung wie bei „vollständiger Diffusion“ ist auch für die Elektronen zu erwarten, die aus tieferen Schichten zurück an die Eintrittsseite gelangen (Rückdiffusion). Bei senkrechtem Einschuß auf eine praktisch unendlich dicke Schicht machen diese den Hauptanteil der Rückstreuintensität aus. Ein Teil der Elektronen wird aber schon in den vorderen Schichten zurückgestreut. Diese liefern einen Beitrag zur Rückstreuintensität, der sehr vom Einfallwinkel abhängt. Obwohl eine Trennung dieser Anteile natürlich nicht möglich ist, läßt sich doch mit dieser Unterscheidung die Abhängigkeit der Winkel- und Energieverteilung rückgestreuter Elektronen von der Beobachtungsgeometrie grob beschreiben.

Die Rückstreuung wurde wegen ihrer Bedeutung für die β -Spektroskopie häufig an β -Strahlern untersucht⁶. Es gibt dagegen nur wenige Messungen mit Primärelektronen einheitlicher Energie und Richtung, sowie mit gutem Energie- und Winkelauflösungsvermögen^{7,8}, die aber alle bei kleinen Primärenergien (10 – 70 keV) durchgeführt wurden. Ausführliche Untersuchungen über den oben erwähnten starken Einfluß der Beobachtungsgeometrie gibt es dabei nur von KANTER⁸, der bei kleinen Energien zu ähnlichen Ergebnissen kommt, wie sie auch in kurzer Zusammenfassung der vorliegenden Arbeit bereits an anderer Stelle⁹ mitgeteilt wurden. Für eine spezielle Beobachtungsgeometrie gibt ferner BOTHE¹⁰ Energieverteilungen für $E_0 = 370$ keV und 680 keV an.

Im 2 MeV-Bereich gab es bisher keine Messungen. Dieser Energiebereich ist aber gerade im Hinblick auf die Rückstreuung interessant. Intensität und Energieverteilung der rückgestreuten Elektronen

kommen durch das Zusammenwirken von Bremsung und Streuung zustande und sind, wie nach theoretischen Überlegungen von BOTHE¹¹ verständlich wird, bei kleinen Energien ($E_0 < 600$ keV) weitgehend unabhängig von der Primärenergie, da Streuung und Bremsung in gleicher Weise mit wachsender Energie abnehmen. Bei 1 MeV durchläuft der differentielle Energieverlust nun aber ein flaches Minimum, so daß für höhere Energien die Bremsung gegenüber der Streuung zunehmend an Bedeutung gewinnt. Deshalb können die bei kleinen Energien gewonnenen Ergebnisse nicht mehr ohne weiteres für die Abschätzung der Rückstreuung bei $E_0 > 1$ MeV benutzt werden.

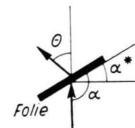


Abb. 1. Skizze der benutzten Winkelgrößen.

Die in dieser Arbeit mitgeteilten Messungen sind mit Elektronen einer kinetischen Energie von 1,75 MeV aus einem 500-Hz-Betatron ($\Delta E/E < 1\%$) durchgeführt worden. Dazu wurde eine Anordnung benutzt, die es erlaubte, mit engem Elektronenbündel (Winkeldivergenz des Primärstrahls $\Delta\Theta_p \approx 1^\circ$):

- die Winkelverteilung der gestreuten Elektronen ohne Energieauflösung im Winkelbereich $\Theta = 0^\circ$ bis 170° ;
- ihre Energieverteilung im Winkelabstand von 30° bis $\Theta = 150^\circ$ mit einem magnetischen β -Spektrometer zu messen.

Die Streufolien (Al, Cu oder Pb) konnten gegen den Elektronenstrahl gedreht werden (Foliensinkel α). Die Bedeutung der hier bezeichneten Winkel zeigt zur Übersicht Abb. 1.

Theoretische Grundlagen und benutzte Formeln

Allen Berechnungen zur Vielfachstreuung schneller Elektronen – sowohl für die Winkelverteilung als auch für die Energieverteilung – liegt die BOLTZMANNSCHE Integrodifferentialgleichung zugrunde, die das Einzelstreugesetz enthält und die unter Berücksichtigung des Energieverlustes und der Randbedin-

⁶ H. H. SELIGER, Phys. Rev. **88**, 408 [1952]. — G. L. BROWNELL, Nucleonics **10**, June, 30 [1952]. — J. G. BALFOUR, J. Sci. Instrum. **31**, 395 [1954].

⁷ H. KULENKAMPFF u. W. SPYRA, Z. Phys. **137**, 416 [1954]. — H. KULENKAMPFF u. K. RÜTTIGER, Z. Phys. **137**, 426 [1954].

H. KULENKAMPFF u. K. RÜTTIGER, Z. Phys. **152**, 249 [1958].

⁸ H. KANTER, Ann. Phys., Lpz. **20**, 144 [1957].

⁹ H. FRANK, Z. Naturforschg. **12 a**, 750 [1957].

¹⁰ W. BOTHE, Z. Naturforschg. **4 a**, 542 [1949].

¹¹ W. BOTHE, Ann. Phys., Lpz. **6**, 44 [1949].

gungen zu lösen ist. Wegen der beträchtlichen Komplikationen gibt es bisher Lösungen nur bei geeigneten Vernachlässigungen.

Mit großer Genauigkeit ist so der Fall dünner Folien von verschiedenen Autoren^{4, 12, 13} behandelt worden, bei dem ein senkrecht einfallender Elektronenstrahl nur wenig aufgefächert wird, und die Elektronen praktisch alle die gleichen Wege in der Schicht zurücklegen, die gleich der Foliendicke gesetzt werden können. Außerdem kann der Energieverlust vernachlässigt werden.

Für den praktischen Gebrauch eignet sich am besten die Theorie von MOLIÈRE⁴. Abgesehen von der besseren Berücksichtigung der Abschirmwirkung der Hüllenelektronen beim Einzelstreugesetz^{4a} ist bei MOLIÈRE die Winkelverteilung geschlossen in einer Reihenentwicklung angegeben. Das Hauptglied ist eine GAUSS-Funktion mit der Halbwertsbreite

$$\Theta_H = 0,833 \cdot \chi_c \sqrt{B} \quad (1)$$

mit $\chi_c = (22,9 \text{ MeV}/p v) \sqrt{Z(Z+1)} \sigma/A(\text{g/cm}^2)$.

Die Größe B ist bei MOLIÈRE tabelliert und entspricht etwa dem Logarithmus der mittleren Stoßzahl. B ist von $\beta = v/c$ und insbesondere bei großen Energien (großen Foliendicken) hauptsächlich von σ abhängig. p und v sind Impuls und Geschwindigkeit der Elektronen, Z und A Ordnungszahl und Atomgewicht der streuenden Schicht. $\sigma = \rho d$ ist die Flächendichte der Folie.

Durch die weiteren Reihenglieder, die einerseits bei großen Winkeln den Übergang zum langsamer abfallenden Einzelstreugesetz beschreiben, wird andererseits die Halbwertsbreite der Winkelverteilung etwas schmäler als nach Gl. (1). Eine gute Näherung ist nach HANSON, LANZL, LYMAN und SCOTT²

$$\Theta_H = 0,833 \chi_c \sqrt{B - 1,2}. \quad (2)$$

Diese Formel bewährt sich im hier untersuchten Energiebereich auch noch bei Halbwertsbreiten, die über 20° hinausgehen. Wie alle bisherigen Experimente zeigen, wird übrigens die Winkelverteilung bis etwa zu $1/e$ der Intensität des Maximums recht gut durch eine im Halbwinkel angepaßte GAUSS-Funktion angenähert.

¹² S. GOUDSMIT u. J. L. SAUNDERSON, Phys. Rev. **57**, 24 [1940]; **58**, 36 [1940]. — H. S. SNYDER u. W. T. SCOTT, Phys. Rev. **76**, 220 [1949].

¹³ H. A. BETHE, Phys. Rev. **89**, 1256 [1953].

¹⁴ M. E. ROSE, Phys. Rev. **58**, 90 [1940].

Der Gültigkeitsbereich der MOLIÈRESchen Theorie läßt sich etwas erweitern, wenn man in der Winkelverteilung einen Faktor $\sqrt{\Theta/\sin \Theta}$ (s. BETHE¹³) anbringt und außerdem statt der Foliendicke d den mittleren, wahren Elektronenweg \bar{s} einsetzt. Mittelwerte für den Umwegfaktor s/d wurden z. B. von ROSE¹⁴ berechnet, in erster Näherung gilt (s. auch KNECHT und BOTHE³):

$$\bar{s}/d = 1 + d/\lambda; \quad (3)$$

λ ist die Streuweglänge, sie ist definiert durch

$$1/\lambda = \int_0^\pi N q(\chi) \sin^2(\chi/2) \cdot 2\pi \sin \chi d\chi \quad (4)$$

(N : Zahl der streuenden Atome pro Volumeneinheit, $q(\chi)$: Differentieller Wirkungsquerschnitt für die Einzelstreuung um den Winkel χ).

Diese Größe λ eignet sich für Abschätzungen bei speziellen Fragen der Vielfachstreuung, sie ist tabelliert bei BETHE, ROSE und SMITH¹⁵ (s. a.¹⁶).

Da mit Gl. (3) die Umwege der Elektronen nur pauschal in ihrem Mittelwert berücksichtigt werden können, versagt die Theorie schließlich bei großen Winkeln, bei denen der Umweg vom resultierenden Streuwinkel abhängt, wie an Hand der Energieverteilung gezeigt werden wird.

Für dicke Schichten gibt es deshalb — z. B. von BETHE, ROSE und SMITH¹⁵ — theoretische Berechnungen, bei denen durch vereinfachende Annahmen die exakt schwierig zu lösende BOLTZMANN-Gleichung in eine Differentialgleichung vom Typ der Diffusionsgleichung abgewandelt ist. Auf diese Weise kann das charakteristische Verhalten beschrieben werden, ohne daß aber die Ergebnisse die approximative Genauigkeit etwa der MOLIÈRESchen Theorie erreichen können. Die Konstante der Differentialgleichung, die die Abhängigkeit von E und Z enthält, ist wiederum die Streuweglänge λ . Für den Fall der „vollständigen Diffusion“ geben BETHE, ROSE und SMITH als asymptotische Lösung die einfache Formel

$$W(\Theta)/W(0^\circ) = (0,717 + \cos \Theta) \cdot \cos \Theta. \quad (5)$$

Da hierbei aber der Energieverlust vernachlässigt wurde, ist eine Übereinstimmung vornehmlich bei

¹⁵ H. A. BETHE, M. E. ROSE u. L. P. SMITH, Proc. Amer. Phil. Soc. **78**, 573 [1938].

¹⁶ W. PAUL u. H. FRANK, in LANDOLT-BÖRNSTEIN, 6. Aufl., Bd. I/5, Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1952, S. 337. Anm. b. d. Korr.: Verbesserte Werte gibt es jetzt von H. MEISTER, Z. Naturforsch. **13a**, 809 [1958].

Experimenten mit großer Ordnungszahl Z zu suchen.

Für den Fall dünner Schichten erhält man aus der vereinfachten Differentialgleichung die GAUSS-Funktion $W(\Theta) \sim \exp\{-\Theta^2/(4d/\lambda)\}$, deren Halbwertswinkel proportional zu \sqrt{d} anwächst. Θ_H kommt so allerdings etwas zu groß heraus¹, die Breite der „vollständig diffusen“ Verteilung wäre danach etwa mit $d = \lambda/4$ erreicht.

In der Näherung solcher GAUSS-Funktionen hat BOTHE¹⁷ die Streuung an dünnen Folien bei schrägem Einschuß behandelt. Dabei wird die Winkelverteilung unsymmetrisch. Für den Winkel Θ_m , um den das Maximum gegen die ursprüngliche Richtung verschoben ist, ergibt sich dabei nach BOTHE

$$\Theta_m = \frac{\Theta_e^2}{2 \cdot \cos \alpha^*} \cdot \operatorname{tg} \alpha^* \text{ mit } \Theta_e^2 = \Theta_H^2 / \ln 2 = 4d/\lambda; \quad (6)$$

α^* ist der Winkel, um den die Folie gedreht wurde. Danach ist die Verschiebung des Maximums direkt proportional zur Schichtdicke. Wie im Abschn. 1 b der Ergebnisse gezeigt werden wird, bewährt sich diese Formel für nicht zu schrägen Einschuß auch noch bei größeren Schichtdicken als bei der Ableitung vorausgesetzt wurde.

Zur Rückstreuung der Elektronen gibt es bisher keine befriedigende Theorie. Mehr als die Winkelverteilung interessiert hier meist die Energieverteilung. Dazu hat BOTHE¹¹ Berechnungen durchgeführt. An Hand der vereinfachten Differentialgleichung wird dabei für verschiedene Wege in der Schicht die Anzahl der über 90° (senkrechter Einschuß) hinausgestreuten Elektronen berechnet. Unter geeigneter Berücksichtigung des Rückweges ergibt sich aus den Bahnlängen der Energieverlust und so erhält man die Energieverteilung (ohne Rücksicht auf den Austrittswinkel). Wenn auch das Verfahren zu sehr vereinfacht ist, um quantitative Übereinstimmung mit gemessenen Energieverteilungen erwarten zu können, so wird doch in der Abhängigkeit von E_0 und Z ein charakteristisches Verhalten der Rückstreuung wiedergegeben. BOTHE hat den Fall kleiner Primärenergien ($E < 500$ keV) behandelt und dabei für die Abhängigkeit des differentiellen Energieverlustes von der Energie näherungsweise $dE/dx \sim 1/E$ angenommen. Das Ergebnis kann dann als Funktion von E/E_0 und Z – also unabhängig von E_0 geschrieben werden, wie es in groben Zügen der Erfahrung entspricht. Setzt man nun aber im Hinblick auf den

hier interessierenden Energiebereich für $E > 1$ MeV zur Abschätzung $dE/dx = \text{const}$ in die BOTHEschen Rechnungen ein, so erhält man Funktionen von E/E_0 und dem einzigen Parameter Z/E_0 . Dies gilt auch für den Rückstreuoeffizienten, der ja durch Integration über das Spektrum gewonnen wird.

Versuchsanordnung

Eine Übersicht über die gesamte Apparatur gibt die Abb. 2. Elektronen aus einem 6-MeV-Betatron (Frequenz 500 Hz) gelangen durch die Kollimatorspalte S_1 ($3 \times 20 \text{ mm}^2$) und S_2 ($2 \times 6 \text{ mm}^2$) in die Streukammer, treffen dort auf die Streufolie F und werden unter verschiedenen Streuwinkeln Θ entweder mit einem Doppelzählrohr gezählt (Zählung erfolgt unabhängig von ihrer Energie) oder in einem magnetischen β -Spektrometer auf ihre Energieverteilung untersucht. Das Doppelzählrohr ist schwenkbar und erlaubt Messungen im Winkelbereich von $\Theta = -30^\circ$ bis $\Theta = 210^\circ$, während für die Energiedifferenzmessung in Winkelabständen von 30° Öffnungen in der Streukammer vorgesehen sind, an die das Spektrometer wahlweise angeschlossen werden kann. Oberhalb und unterhalb von S_2 gelangen Elektronen in die Ionisationskammern (IK), die zur Messung der Primärintensität dienen. Bei S_1 ist das Kollimatorrohr durch ein Al-Fenster von 20μ Dicke abgeschlossen. Alle Blenden bestehen aus Al, und nur die Bündelbegrenzung erfolgt durch Blei (bei S_2 durch Wolfram). Die ganze Anordnung wird auf 10^{-3} Torr evakuiert. Die an dünnen Al-Rähmchen befestigte Folie ist schwenkbar. Die Streukammer ist gegen die beim Betrieb des Betatrons unvermeidliche Bremsstrahlung mit 10 cm Blei gegen das Betatron abgeschirmt. Zur Messung des Stör-Untergrundes im Winkelbereich von 0° bis 90° kann die Al-Blende (BL) hinter die Folie geklappt werden, um die Streuelektronen zu absorbieren.

Um den Untergrund in den Messungen herabzusetzen, werden die gestreuten Elektronen durch Koinzidenzen zweier Auslösezählrohre gemessen, die als Doppelzählrohr in einem gemeinsamen Al-Gehäuse ausgeführt sind. Die Zählrohre sind durch eine Bohrung von $10 \text{ mm} \varnothing$ miteinander verbunden, die vor dem hinteren Zählrohr mit einer Folie von 4 mg/cm^2 Al verschlossen ist. Eine entsprechende Bohrung am vorderen Zählrohr trägt das Eintrittsfenster aus einer mit Al bedampften Hostaphanfolie von $1,4 \text{ mg/cm}^2$. Kleine Abmessungen des Doppelzählrohrs erlauben Messungen bis $7,5^\circ$ an die Einschußrichtung heran. Die abgeschmolzenen Zählrohre waren mit einer Argon-Äthylen-Mischung (10 : 1) von 100 Torr gefüllt, um eine Ansprechwahrscheinlichkeit von mindestens 99% zu gewährleisten. Gute Zähleigenschaften wurden auch bei hohen Impulsfolgen mit einer Löschstufe erzielt, deren Löschimpulse eine Dauer von 1 msec (Betatronimpulsfolge: 2 msec) hatten. Die Betatronfrequenz von 500 Hz gestattete es, im Hinblick auf die im Auslösebereich arbeitenden Zählrohre auf eine Auflösung während des einzelnen Betatronimpulses zu verzichten (das Koinzidenzauflösungsvermögen wurde

¹⁷ W. BOTHE, S.-B. Heidelb. Akad. 1951, 7. Abh. 307.

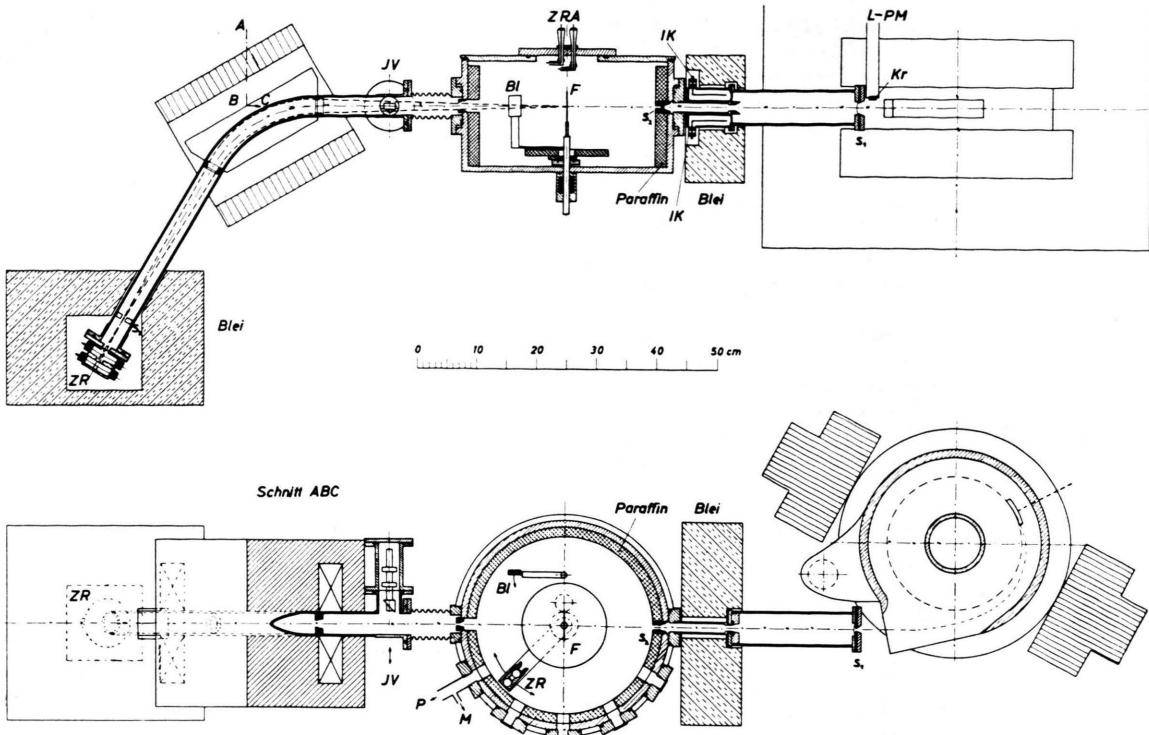


Abb. 2. Versuchsanordnung mit Betatron, Streukammer und β -Spektrometer. Bl: Blende, F: Streufolie, IK: Ionisationskammer, JV: Justiervorrichtung, Kr: Anthracenkristall, L-PM: Lichtleiter zum Photomultiplier, M: zum Manometer, P: zur Pumpe, $S_1 - S_3$ Spalte, ZR: Zählrohr, ZRA: Zählrohranschluß.

zu 3 μ sec gewählt), so daß pro Impuls höchstens ein Elektron gezählt werden konnte.

Das Winkelauflösungsvermögen wird durch die Abmessungen der Zählrohrblenden und die Breite des von Elektronen bestrahlten Flecks auf der Streufolie bestimmt. Diese Verteilung der einfallenden Elektronen auf der Folie zeigt Abb. 3 a als Elektronenstromdichte in willkürlichen Einheiten. Sie wurde photographisch bestimmt, indem die Schwärzung eines RÖNTGEN-Filmes auf Elektronenintensitäten umgezeichnet wurde. Das Winkelauflösungsvermögen selbst wurde mit dem Doppelzählrohr im direkten Strahl gemessen: Abb. 3 b. (Für die Messung der vertikalen Ausdehnung des erfaßten Raumwinkels wurde S_2 um 90° gedreht.) Die Winkeldivergenz des Primärstrahls ist hierin mitenthalten, sie ist in vertikaler Richtung kleiner als 1° , in horizontaler Richtung kleiner als $0,5^\circ$.

Die Ionisationskammern (IK in Abb. 2) für die Messung der Primärintensität sind Messingzyylinder (Innendurchmesser 20 mm), in deren Achse sich eine 1 mm starke Sammellektrode befindet. Sie sind mit 3 Atm. Argon gefüllt und haben ein Elektroneneintrittsfenster aus 100μ Al.

Der Ionisationsstrom wurde als Spannungsabfall an einem Hochohmwiderrand statisch gemessen und gleichzeitig durch Kondensatoraufladung integriert. Die Linearität in der Anzeige der Ionisationskammern (350 V Sammelspannung) wurde sorgfältig geprüft: Die Kam-

mern arbeiteten in der Sättigung und zeigten in allen für die Messung der Winkelverteilung benutzten Intensitätsbereichen konstante Empfindlichkeit.

Zur Messung der Energieverteilung werden die Elektronen in dem magnetischen Betaspektrometer (60° -Sektorfeld, Krümmungsradius: 20 cm) in einer Ebene senkrecht zum Sollkreis des Betatrons abgelenkt und in

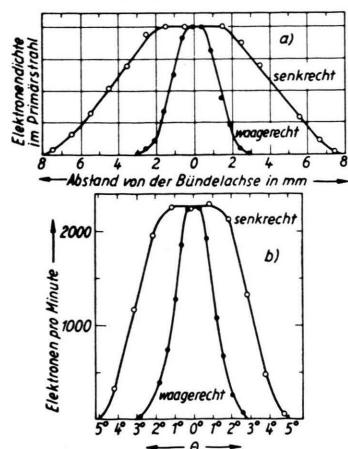


Abb. 3. a) Elektronenverteilung im Primärstrahl am Ort der Streufolie. „Waagerecht“ heißt: in der Ebene, in der Θ gemessen wird. b) Winkelauflösungsvermögen.

einem einzelnen Auslösezählrohr (Fenster: $24 \times 4 \text{ mm}^2$) nachgewiesen. Der vom Spektrometer erfaßte Streuwinkelbereich beträgt in der Einfallsebene $\Delta\Theta = 2,5^\circ$ und senkrecht dazu $1,7^\circ$. Das Spektrometer, das unter verschiedenen Winkeln an die Streukammer angeschlossen werden kann, wird mit einer optischen Justiervorrichtung (JV in Abb. 2) nach der Streukammer in Höhe, Seite und Richtung einjustiert, während diese in ihrer Justierung zum Primärstrahl unverändert bleibt. Bei Energiedurchmessungen ist S_2 um 90° gedreht, so daß der abzubildende Elektronenfleck auf der Folie horizontal liegt.

Da die Anforderungen an das Energieauflösungsvermögen hier nicht sehr hoch sind, wurde aus Intensitätsgründen S_3 mit 3 mm verhältnismäßig breit gewählt. Damit ergab sich das Auflösungsvermögen der gesamten Anordnung (Halbwertsbreite der „Apparateverteilung“) mit Betatron, Streukammer und Spektrometer zu 2,6%. Aus der Apparateverteilung folgt, daß der Untergrund, der von Elektronen herrührt, die an Wänden und Blenden gestreut worden sind, bei allen Messungen zu vernachlässigen ist. Es blieb deshalb nur der von der Bremsstrahlung herrührende Untergrund zu berücksichtigen, der durch Blei weitgehend abgeschirmt werden konnte und bei ausgeschaltetem Magnetfeld stets mitgemessen wurde. Das Spektrometer wurde mit Konversionslinien aus Cs^{137} - und $\text{Th}(\text{B} + \text{C} + \text{C}')$ -Präparaten von 148 keV bis 2,6 MeV geeicht. Auch die Primärenergie der einfallenden Elektronen wurde mit Hilfe des Spektrometers gemessen; sie ist im folgenden mit einem Fehler von $\pm 1,5\%$ angegeben.

Meß- und Auswertemethode

Registriert wurden die Zählrohr-Impulszahlen für eine vorgegebene Anzahl von Primärelektronen, für die der integrierte Ionisationskammerstrom als Maß diente. Durch Wahl verschiedener geeichter Aufladekondensatoren wurde diese Anzahl von Primärelektronen in Grobstufen der jeweiligen Streuintensität angepaßt, so daß die gezählten Impulse mit Rückicht auf die gewünschte Meßgenauigkeit in der Regel nicht mehr als um eine Zehnerpotenz varierten. Da der einzelne Betatronimpuls hier zeitlich nicht aufgelöst wurde, traten Zählverluste je nach der Größe der Zählrate ($\Delta Z/\Delta t$) auf, die deshalb als Parameter mitgemessen wurde. Bei gleicher Elektronenzahl in jedem Betatronimpuls ist der Korrektionsfaktor:

$$\frac{Z_0}{Z} = \frac{-\ln(1-x)}{x} \quad \text{mit } x = \frac{\Delta Z}{\Delta t} \frac{1}{f}$$

(Z_0 : wahre Zahl, Z : gezählter Betrag, f : Betatronfrequenz).

Die Zählraten wurden aber bei allen Streumessungen so klein gehalten, daß die Näherung

$Z_0/Z \approx 1 + x/2$ ausreichte. Ein typisches Meßbeispiel wäre: $Z = 10^4$, Zähldauer: 5 Min., statistischer Fehler: $\pm 1\%$, Zählverlust: 3,3%.

Von den so korrigierten Zählraten wurde dann der Untergrund abgezogen, der zu jeder Messung mitbestimmt wurde. Die Tabelle gibt die Größenordnung dieses Untergrundes im Maßstab $W(\theta)$ der nachfolgenden Abbildungen.

θ	0°	90°	150°	170°	
Untergrund	4,7	0,9	1,4	6	$\cdot 10^{-3}$ Steradian

An den Messungen der Winkelverteilung, die mit Doppelzählrohr gemacht wurden, war noch eine weitere Korrektion anzubringen: Durch Streuung im Zählrohrfenster gelangt nämlich ein Teil der Elektronen nicht mehr ins hintere Zählrohr, und dieser „Koinzidenzverlust“ ist wie die Streuung energieabhängig, so daß insbesondere die energiearmen Elektronen benachteiligt werden.

Diese Energieabhängigkeit der Koinzidenz-Ansprachwahrscheinlichkeit zeigt Abb. 4. Kurve 1 gilt für ein vorderes Zählrohr-Fenster aus $1,4 \text{ mg/cm}^2$ Hostaphan; sie wurde aus Kurve 2 berechnet, die bei einem Zähl-

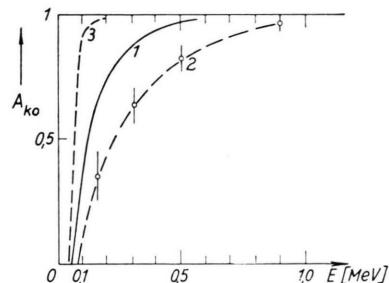


Abb. 4. Ansprechwahrscheinlichkeit für Koinzidenzen des Doppelzählrohrs als Funktion von der Elektronenenergie. (1) Zählrohrfenster: $1,4 \text{ mg/cm}^2$ Hostaphan; (2) Zählrohrfenster: 4 mg/cm^2 Al; (3) Durchlässigkeitskurve für das Zwischenfenster (4 mg/cm^2 Al).

rohr-Fenster von 4 mg/cm^2 Al mit dem Doppelzählrohr am Ausgang des Spektrometers (s. Abb. 2) gemessen wurde. (Kurve 1 wurde unabhängig davon durch direkte Berechnung der über 10° hinaus gestreuten Elektronen bestätigt.) Kurve 3 ist zum Vergleich die Durchlässigkeitskurve für das Zwischenfenster (4 mg/cm^2 Al) nach Daten, die der Literatur entnommen sind. Kurve 1 schneidet die Abszisse bei der Energie, für die die beiden Fenster zusammen die Reichweite ergeben.

Mit Hilfe der Kurve 1 wurde jeweils aus der Energieverteilung die Korrektion der Winkelverteilung ermittelt. Diese ändert sich in ihrem Relativverlauf nur durch eine Änderung des energiearmen Anteils im Spektrum. Die Unsicherheiten, die wegen dieser Korrektion den Ergebnissen anhaften, betragen deshalb für den Relativ-

verlauf der einzelnen Kurve im ungünstigsten Fall $\pm 2\%$, im Absolutmaßstab bis zu 5%.

Da es darauf ankam, die Reproduzierbarkeit beim Betatronbetrieb unter Kontrolle zu halten, wurden dieselben Punkte mehrfach gemessen und dafür die Zahl verschiedener benachbarter Kurvenpunkte eingeschränkt. Die Winkelverteilung bei senkrechtem Einschuß war stets bei $\Theta = 0^\circ$ und $\Theta = 180^\circ$ symmetrisch, die Punkte in den Abbildungen sind das Resultat aus Messungen auf beiden Seiten des Maximums. Für Meßpunkte, die ohne Fehlergrenzen eingezeichnet sind, beträgt der Gesamtfehler weniger als 2%. Die wiedergegebenen Kurven wurden für das Winkelauflösungsvermögen bzw. für das Energieauflösungsvermögen nicht korrigiert.

Für die zunächst in willkürlichen Maßstab gemessenen Winkelverteilungen wurde die Wahrscheinlichkeitsverteilung $W(\Theta)$ der nachfolgenden Abbildungen dadurch gewonnen, daß für die schmalste Kurve (zu 51 mg/cm² Cu, senkrechter Einschuß)

$$\int_0^{180^\circ} 2 \pi \sin \Theta \cdot W(\Theta) d\Theta = 1$$

angenommen wurde, da in diesem Fall die Zahl der in der Folie steckenbleibenden Elektronen kleiner als 1% sein sollte¹⁸. So ist $W(\Theta) d\Omega$ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Elektron in das Raumwinkelement $d\Omega$ (in Raumwinkeleinheiten Steradian) um den Ablenkungswinkel Θ gestreut wird.

Die Energieverteilungen sind aus den unmittelbar gemessenen und auf Zählverlust korrigierten Kurven durch Umrechnen auf konstante Dispersion (Faktor $1/p \cdot dE/dp$) gewonnen worden. Sie sind in einheitlichem Maßstab dargestellt, in dem das Integral über

die Kurven $\int_0^1 F(\varepsilon) d\varepsilon = 1$ ist. So ist $F(\varepsilon) d\varepsilon$ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Elektron, das um den untersuchten Winkel Θ abgelenkt wurde, eine Energie zwischen εE_0 und $(\varepsilon + d\varepsilon) E_0$ hat, $\varepsilon = E/E_0$. Infolge der Unsicherheiten bei der Extrapolation der Kurve bis $\varepsilon = 0$ betragen die Fehler dieses Maßstabs bis zu 5%.

Ergebnisse

1. Vorwärtsstreuung ($\theta < \alpha$)

a) Senkrechter Einschuß ($\alpha = 90^\circ$, rotationssymmetrischer Fall)

Für die Primärenergie $E_0 = 1,75$ MeV zeigt Abb. 5 die Winkelverteilungen $W(\Theta)$, die mit zunehmender Foliendicke und Ordnungszahl breiter werden, bis

schließlich eine nahezu konstante Streubreite erzielt wird, so daß sich mit weiter anwachsender Schichtdicke nur noch das Intensitätsmaß ändert.

Dies wird deutlich an Abb. 6 a, in der die gleichen Kurven mit $W(\Theta)/W(0^\circ)$ in ihrem Relativverlauf aufgetragen sind. [Wegen der überall gleichen relativen Meßgenauigkeit (<2%) enthält diese Abbildung die Meßpunkte zu den Kurven.]

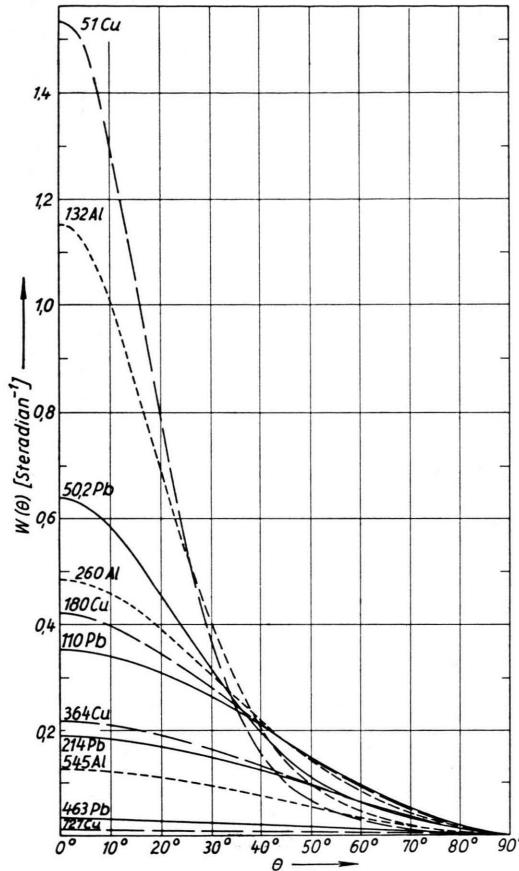


Abb. 5. Winkelverteilung der in Vorrwärtsrichtung gestreuten Elektronen bei senkrechtem Einschuß auf die Folie; Elektronenenergie: 1,75 MeV. Die Zahlen an den Kurven geben Foliendicken in mg/cm² an.

Mit der schmalsten Kurve (Kurve 1, Halbwertswinkel $\Theta_H = 20,6^\circ$) ist der Gültigkeitsbereich der MOLIÈRESchen Theorie bereits überschritten. Dies

¹⁸ Dies wird auch dadurch bestätigt, daß das Integral über die nächst breitere Kurve zu 132 mg/cm² Al innerhalb der Auswertegenauigkeit (1%) denselben Wert hat, wie bei 51 mg/cm² Cu. Da nämlich der mittlere Energieverlust bei der Al-Folie mit 10% dreimal so groß ist wie bei der Cu-Folie, müßten in der Al-Folie entsprechend mehr Elektronen absorbiert werden. Die Rückstreuung beträgt in beiden Fällen 1%.

zeigen die gestrichelten Kurven, die zu den Kurven 1 und 2 nach MOLIÈRE unter Berücksichtigung des Energieverlustes und des Winkelauflösungsvermögens berechnet sind. Die Abweichungen entsprechen denen, die auch KNECHT und BETHE³ gefunden haben. Setzt man aber statt der Foliendicke mit Hilfe

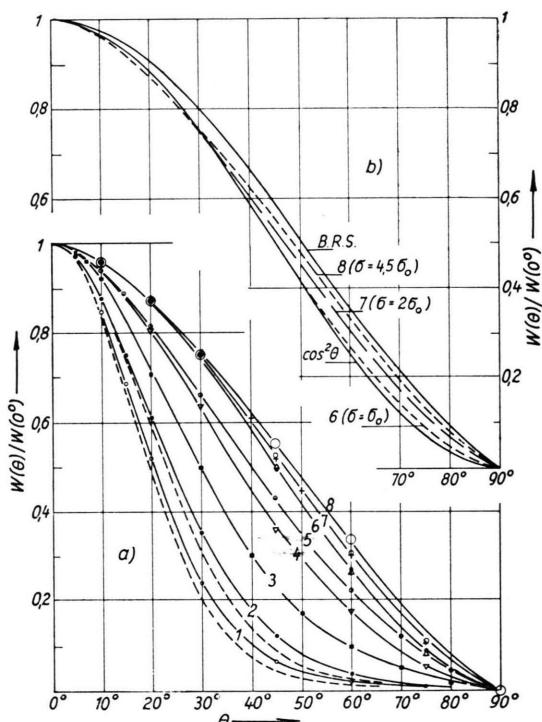


Abb. 6. Relativverlauf der Winkelverteilungen aus Abb. 5. Zu den Kurven 1 und 2 sind in Teil a) nach MOLIÈRE berechnete Kurven gestrichelt eingezeichnet. Die Kurven 6 bis 8 für $\sigma > \sigma_0$ sind in Teil b) noch einmal zum Vergleich mit $\cos^2 \Theta$ und mit der von BETHE, ROSE und SMITH angegebenen Verteilung [siehe Gl. (5)] zusammengestellt. σ_0 ist die Foliendicke, mit der $\Theta_H = 45^\circ$ gerade erreicht wird.

Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
Stoff	Cu	Al	Pb	Al	Cu	Pb	Al	Cu
mg/cm ²	51,1	132	50,2	260	180	110	545	364

Zeichen	○	●	■	▽	○	●	△	+	○	○
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

der Gl. (3) den mittleren wahren Elektronenweg durch die Folie ein und multipliziert (nach BETHE¹⁷) die Winkelverteilung von MOLIÈRE mit dem Faktor $\sqrt{\Theta}/\sin \Theta$, so verschwinden diese Abweichungen und man erhält auch noch für Kurve 3 eine gute Übereinstimmung mit den Messungen bis etwa $\Theta = 70^\circ$.

Der Halbwertswinkel lässt sich im Bereich der hier gemessenen Beispiele bis $\Theta_H = 45^\circ$ recht gut mit Gl. (2) beschreiben¹⁹, wenn man darin den

Energieverlust der Elektronen mitberücksichtigt. Die größte Abweichung bekommt man für die Halbwertsbreite zu $110 \text{ mg/cm}^2 \text{ Pb}$ (Kurve 6; gerechnet: $\Theta_H = 47,5^\circ$, gemessen: $\Theta_H = 45^\circ$). Mit Kurve 6 ist aber auch gerade der Zustand der „vollständigen Diffusion“, bei dem sich die Streubreite nicht mehr ändert, erreicht, was man in Abb. 6 daran erkennt, daß Kurve 6 im Rahmen der Meßgenauigkeit auch für $545 \text{ mg/cm}^2 \text{ Al}$ gilt. Diese Dicke ($545 \text{ mg/cm}^2 \text{ Al}$) ist aber schon $1,6 \sigma_0$, wenn man mit σ_0 die Grenzdicke bezeichnet, mit der nach Gl. (2) $\Theta_H = 45^\circ$ erreicht wird, und von der ab man mit „vollständiger Diffusion“ zu rechnen hat. Bei genauerer Betrachtung der Kurven 6 bis 8 zeigt sich nun, daß die Streubreite für $\sigma > \sigma_0$ noch etwas zunimmt, wobei auffällt, daß es vor allem der Anteil der großen Streuwinkel ist, der noch zunimmt. Diese Kurven sind im Teil b) der Abb. 6 zum Vergleich mit der von BETHE, ROSE und SMITH angegebenen Verteilung [siehe Gl. (5)] und mit $W(\Theta) \sim \cos^2 \Theta$ zusammengestellt, woraus ersichtlich ist, daß bei der Grenzdicke σ_0 die Verteilung recht gut durch $\cos^2 \Theta$ beschrieben wird, während die Kurve nach Gl. (5) auch mit der breitesten Streukurve nicht erreicht wird.

Die mit $\sigma = 2 \sigma_0$ gekennzeichnete Kurve 7 gilt innerhalb der Meßgenauigkeit für $214 \text{ mg/cm}^2 \text{ Pb}$ ($\sigma = 2,06 \sigma_0$) und $364 \text{ mg/cm}^2 \text{ Cu}$ ($\sigma = 1,7 \sigma_0$) sowie für eine Messung bei $0,81 \text{ MeV}$ an $180 \text{ mg/cm}^2 \text{ Cu}$ ($\sigma = 2,4 \sigma_0$). Für Al läßt sich die weitere Verbreiterung nicht verfolgen, da bei $2,3 \sigma_0$ die praktische Reichweite R schon erreicht ist, während für Cu $R = 3,5 \sigma_0$ und für Pb $R = 5,3 \sigma_0$ ist. Deshalb konnte die breiteste Kurve (8) nur mit Pb gemessen werden ($463 \text{ mg/cm}^2 = 4,5 \sigma_0$). Die aus Intensitätsgründen mit geringerer Genauigkeit bei $727 \text{ mg/cm}^2 \text{ Cu}$ ($3,3 \sigma_0$) gemessene Kurve blieb mit $\Theta_H = 47^\circ$ schmäler als Kurve 8.

Ein Endzustand der Streuverteilung von Elektronen, die durch dicke Folien gegangen sind, wird also nicht restlos erreicht, weshalb auch „vollständige Diffusion“ kein streng gültiger Begriff ist.

Dies wird besonders deutlich an der Energieverteilung solcher Elektronen, wie sie die Abb. 7 in ihrer Abhängigkeit vom Streuwinkel bei $\sigma = 1,6 \sigma_0$ und $\sigma = 4,5 \sigma_0$ zeigt. Da bei kleiner Ordnungszahl die Bremsung der Elektronen gegenüber der Streuung stärker ins Gewicht fällt, findet man in Al schon bei $1,6 \sigma_0$ einen mittleren Energieverlust von 57%.

¹⁹ Dies ist allerdings als zufällig zu betrachten, da die Abweichungen der Gl. (2) von der MOLIÈRESchen Theorie bei dicken Folien nicht mit den Umwegen der Elektronen zusammenhängen.

Die durch die Vielfachstreuung bedingten Umwege sind aber in diesem Fall noch relativ klein, so daß sich eine ziemlich schmale Energieverteilung ergibt, an der man deutlich ablesen kann, daß die unter 60° beobachteten Elektronen einen größeren Weg durch

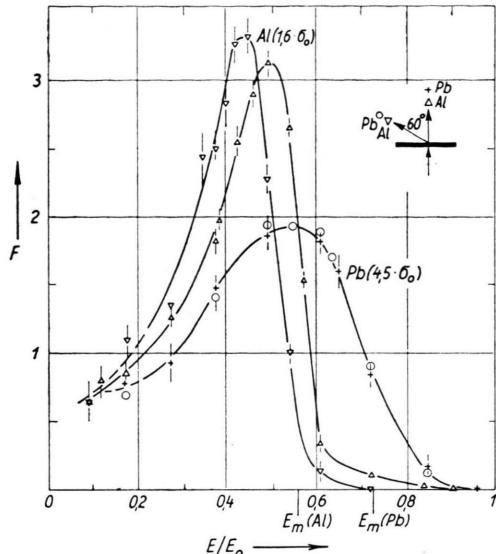


Abb. 7. Energieverteilung der Elektronen nach Durchgang durch Foliendicken $\sigma > \sigma_0$ für die Streuwinkel $\Theta = 0^\circ$ und $\Theta = 60^\circ$. Dicke der Al-Folie: 544 mg/cm^2 , Dicke der Pb-Folie: 463 mg/cm^2 . $E_m = E_0 - \sigma \cdot dE/dz$ ist die mittlere Energie eines geradlinig durch die Folie gelaufenen Elektrons ($E_0 = 1,75 \text{ MeV}$).

die Folie zurückgelegt haben als die bei 0° gemessenen. Dieser Zusammenhang zwischen Streuwinkel und Weg durch die Folie geht mit zunehmender Schichtdicke immer mehr verloren, da die Umwege infolge Streuung größer werden, und so konnte bei $\sigma = 4,5 \sigma_0$ schließlich kein Unterschied zwischen den Energieverteilungen zu $\Theta = 0^\circ$ und $\Theta = 60^\circ$ mehr festgestellt werden. Während man für ein geradlinig und senkrecht durch diese Pb-Folie laufendes Elektron einen mittleren Energieverlust von 27% berechnet, liegt nach Abb. 7 der mittlere Energieverlust bei 53% (Umwegfaktor 2), und die Breite des Spektrums läßt die Schwankungen in der Größe der durchlaufenen Wege erkennen.

b) Schräger Einschuß

Die Streuung an schräg zum einfallenden Elektronenstrahl stehenden Folien soll am Beispiel von Cu-Folien verschiedener Dicke betrachtet werden. Abb. 8 zeigt dazu Winkelverteilungen, bei denen die

Folie um $\alpha^* = 30^\circ$ gedreht wurde, zusammen mit den bei senkrechtem Einschuß gemessenen Kurven ($\alpha^* = 0^\circ$). Solange die Vielfachstreuung noch gering ist (z. B. $\Theta_H = 20,6^\circ$ bei 51 mg/cm^2), hat die Stellung der Folie nur geringen Einfluß auf die Streukurve: Die Halbwertsbreite und die Intensität im

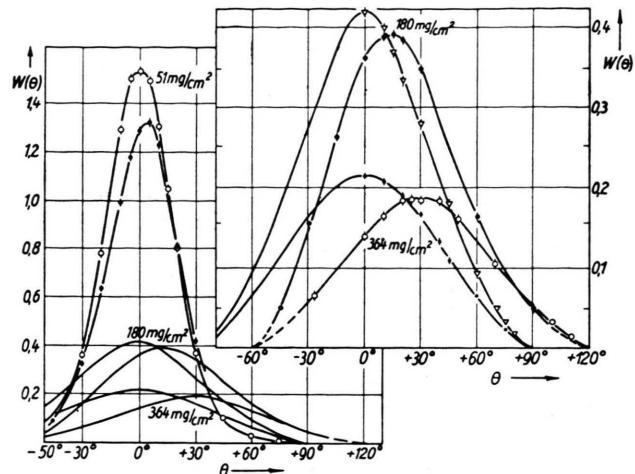


Abb. 8. Änderung der Winkelverteilung bei Drehung der Folie um 30° . Der bei schräg stehender Folie ($\alpha^* = 30^\circ$) gemessene Verteilung ist jeweils die zu $\Theta = 0^\circ$ symmetrische Kurve bei senkrechtem Einschuß hinzugefügt. Die Kurven zu 180 und 364 mg/cm^2 sind im oberen Teilbild noch einmal vergrößert wiedergegeben.

Maximum ändern sich so, wie es bei senkrechtem Einschuß für eine Zunahme der Foliendicke um den Faktor $1/\cos \alpha^*$ zu erwarten wäre. Dabei werden allerdings die Elektronen, die mehr in Richtung der Foliennormalen gestreut werden, bevorzugt, so daß sich eine geringe Unsymmetrie ergibt, und das Maximum um den kleinen Winkel Θ_m verschoben ist. Mit zunehmender Foliendicke verschiebt sich das Maximum weiter, bis es schließlich in Richtung der Foliennormalen liegt, um die jetzt die Winkelverteilung wieder symmetrisch ist. Mit dem Halbwertswinkel $\Theta_H = 46^\circ$ hat sie dieselbe Breite wie bei senkrechtem Einschuß.

Die Maximumswinkel der in Abb. 8 dargestellten Kurven sind proportional zur Foliendicke und stimmen im Rahmen der Meßgenauigkeit bis zur Symmetrie um die Foliennormale ($\Theta_m = \alpha^*$) mit den nach Gl. (6) berechneten Winkeln überein. Obwohl Gl. (6) unter der Voraussetzung kleiner mittlerer Streuwinkel abgeleitet ist, führt sie im vorliegenden Fall ($\alpha^* = 30^\circ$) auch ohne diese Einschränkung bis $\Theta_m = \alpha^*$ zu richtigen Ergebnissen.

Es gibt also bei der Streuung an schräg gestellten Folien eine Schichtdicke $\bar{\sigma}$, von der ab die durch den einfallenden Strahl gegebene Vorzugsrichtung verloren gegangen ist. Diese Dicke $\bar{\sigma}$ ist aber größer als die bei senkrechtem Einschuß definierte Grenzdicke σ_0 der „vollständigen Diffusion“. Für die ohne Ablenkung durchsetzte effektive Schichtdicke gilt $\bar{\sigma}/\cos \alpha^* \approx 2 \sigma_0$. Sie hängt allerdings von der Stellung der Folie ab und sollte nach Gl. (6) für kleinere Einfallsinkel etwas größer sein.

Bei großen Einfallswinkeln gibt es aber Abweichungen von Gl. (6), wie KNECHT und BOTHE³ an dünnen Folien bei $\alpha^* = 50^\circ$ gezeigt haben, indem schon ab $\theta_m = 5^\circ$ die gemessenen Maximumswinkel hinter den berechneten zurückbleiben. Dies mag allerdings damit zusammenhängen, daß bei Drehung der Folie die Rückstreuintensität im Bereich des Reflexionswinkels stark zunimmt, und diese rückgestreuten Elektronen für die Streuverteilung der durchgehenden Elektronen verloren gehen.

2. Rückstreuung ($\theta > \alpha$)

A. Winkelverteilung

Alle Messungen zur Winkelverteilung ($E_0 = 1,75$ MeV) sind in Abb. 9 bis 11 zusammengestellt. Die verschiedenen Folienstellungen ($\alpha = 90^\circ$, 60° und 30°) sind dabei wegen $W(\theta = \alpha) = 0$ leicht zu unterscheiden.

a) Senkrechter Einschuß ($\alpha = 90^\circ$)

Die Abb. 9 a – c enthalten Rückstreukurven für verschiedene Foliendicken (man vergleiche mit der zugehörigen Vorwärtsstreuung in Abb. 5), die mit wachsender Foliendicke bis zu einem Maximalwert (Sättigungsrückstreuung) anwachsen. Folien mit größeren Dicken als etwa die halbe Reichweite sind für die Rückstreuung praktisch unendlich dick. Der Vergleich der Teilabbildungen a bis c (man beachte die unterschiedlichen Ordinatenmaßstäbe) zeigt, daß die Unterschiede in der Rückstreuintensität zwischen Pb und Al größer sind, als es nach den Rückstreu-koeffizienten bei Energien unter 500 keV bekannt ist. (Siehe dazu auch Abschnitt 2 C b.)

Vergleicht man die Kurven in ihrem Relativverlauf, so zeigt sich, daß die Winkelverteilung mit abnehmender Foliendicke breiter wird, was damit zusammenhängt, daß die Rückstreuung an dünnen Folien von einer Vielfachstreuung herrührt, die noch nicht zu großen mittleren Ablenkwinkeln fortge-

schritten ist. (Für ganz dünne Folien würde die Winkelverteilung schließlich durch das Einzelstreu-gesetz beherrscht.) So ist es zu verstehen, wenn bei

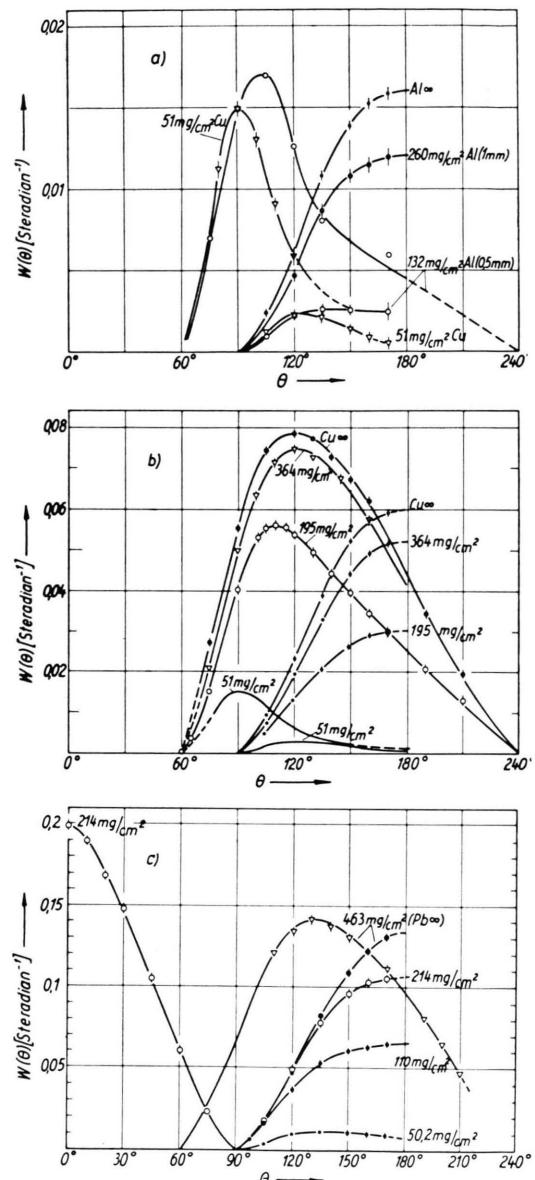


Abb. 9. Winkelverteilung der von Folien verschiedener Dicke rückgestreuten Elektronen bei senkrechtem ($\alpha = 90^\circ$) und schrägem ($\alpha = 60^\circ$) Einschuß. a) Al; b) Cu; c) Pb ($E_0 = 1,75$ MeV). Teil a) enthält ferner noch zwei Cu-Kurven geringster Intensität. Die Folienstellung ist daran zu erkennen, daß $W(\alpha) = 0$ ist.

den dünnsten der hier benutzten Folien das Kurvenmaximum nicht mehr bei 180° liegt. (Es sei daran erinnert, daß diese Verteilungen wegen $\alpha = 90^\circ$

rotationssymmetrisch sind.) Wegen des geringen Energieverlustes der Rückstreuerelektronen bei hoher Ordnungszahl ist diese Abhängigkeit der Streubreite von der Foliendicke am deutlichsten bei den Pb-Kurven ausgeprägt. Diese sind in Abb. 10 a in ihrem Maximum auf 1 normiert dargestellt. Für die dünnste Folie liegt das Kurvenmaximum bei 135° , in Vorwärtsrichtung gehört dazu eine Winkelverteilung mit $\Theta_H = 30^\circ$.

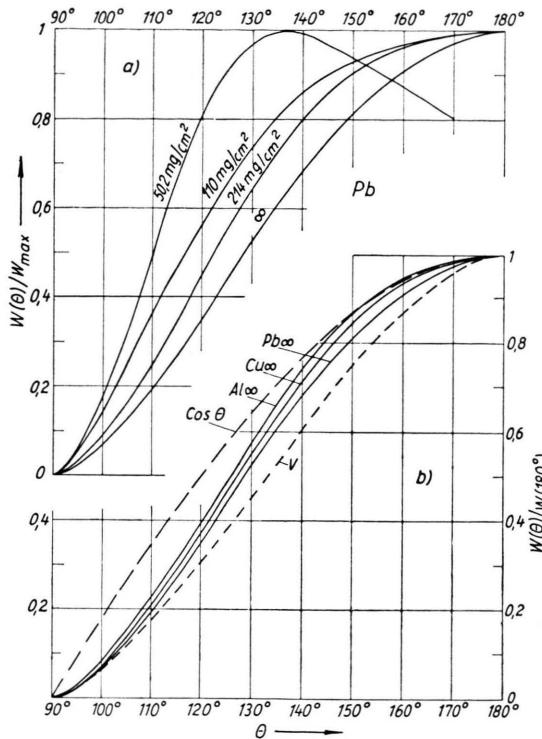


Abb. 10. Relativverlauf der Winkelverteilung rückgestreuter Elektronen bei senkrechtem Einschuß: a) Pb-Folien verschiedener Dicke, b) Sättigungsrückstreuung von Al, Cu und Pb. „V“: Winkelverteilung bei „vollständiger Diffusion“ (Kurve 8 aus Abb. 6).

In Teil b der Abb. 10 sind die Kurven für sättigungsdicke Schichten von Al, Cu und Pb miteinander verglichen. Sie zeigen geringe Unterschiede in dem Sinne, daß auch hier bei schwächerer Rückstreuung (Al) die Winkelverteilungen breiter sind. Die Winkelverteilungen sind schmäler als $\cos \theta$, doch breiter als die breiteste Verteilung in Vorwärtsrichtung, die mit „V“ bezeichnet in Abb. 10 zum Vergleich mit eingezeichnet ist (s. Abb. 6, Kurve 8: $\sigma = 4,5 \sigma_0$). Berücksichtigt man aber die in der Sättigungsrückstreuung enthaltenen Elektronen, die an den vorderen Schichten zurückgestreut sind, und zieht die an dünnen Folien gemessenen Streukurven ab, so er-

hält man für die aus tieferen Schichten zurückkommenden Elektronen eine ähnliche Verteilung wie in Vorwärtsrichtung bei „vollständiger Diffusion“: Der Halbwertswinkel der Differenzkurve ist 48° , was man bei Al und Pb schon nach Abzug der Rückstreuung von der dünnsten Folie erreicht, die in diesen Beispielen etwa $\sigma_0/2$ dick ist. Eine scharfe Abgrenzung dieser „rückdiffundierten“ Elektronen ist natürlich nicht möglich; dennoch ist diese Unterscheidung für eine Übersicht über das charakteristische Verhalten der Rückstreuung sehr nützlich, wie sich im folgenden zeigen wird.

b) Schräger Einschuß

Die Abb. 9 und 11 enthalten ferner Winkelverteilungen, die bei $\alpha = 60^\circ$ und $\alpha = 30^\circ$ gemessen wurden.

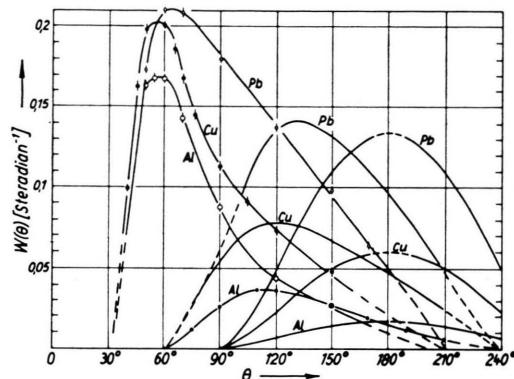


Abb. 11. Winkelverteilung der Sättigungsrückstreuung von Al, Cu und Pb bei verschiedenen Einfallswinkeln ($\alpha = 30^\circ$, 60° und 90°). Die Kurven sind nach der Einschußart leicht zu unterscheiden, da $W(\alpha) = 0$ ist. ($E_0 = 1,75$ MeV.)

Im Fall der Sättigungsrückstreuung (Abb. 11) von Pb bewirkt eine Foliendrehung um 30° ($\alpha = 60^\circ$) im wesentlichen nur eine Verschiebung der bei $\alpha = 90^\circ$ gemessenen Kurve um 30° , der allerdings ein Zusatz an Streuelektronen in der Nähe des Reflexionswinkels überlagert ist, so daß das Maximum nicht mehr in die Richtung der Flächennormalen (150°) fällt. Dieser Zusatz nimmt bei weiterer Drehung der Folie zu, so daß für $\alpha = 30^\circ$ das Maximum gegenüber dem symmetrischen Fall ($\alpha = 90^\circ$) um 50% überhöht ist. Wie es auch die Energieverteilung (Abb. 12) bestätigt^{20*}, röhrt dieser Zusatz von Elektronen her, die nur eine geringe Schichtdicke durchlaufen haben. Bei Pb überwiegt aber noch der Anteil der „rückdiffundierten“ Elektronen.

* Anm.²⁰ siehe S. 258.

Im Gegensatz dazu wird bei kleiner Ordnungszahl (Al) die Rückstreuintensität fast ganz durch Elektronen aus den vorderen Schichten bestimmt, während der Anteil rückdiffundierter Elektronen gering ist: Bei senkrechtem Einschuß ($\alpha = 90^\circ$) mißt man von Al nur 1/8 der Pb-Rückstreuung. Schon mit einer geringen Foliendrehung steigt die Streuintensität im Maximum auf das Doppelte an und erreicht schließlich bei schrägem Einschuß ($\alpha = 30^\circ$) im Maximum 80% der Pb-Rückstreuung. Da nämlich die mit mäßiger Vielfachstreuung zurückgestreuten Elektronen auch in Al nur wenig Energie verloren haben (s. Abb. 12), können sie die Oberfläche noch erreichen, so daß man nahezu die gleiche Intensität wie bei hoher Ordnungszahl erhält. Bei Al fällt dann aber die Winkelverteilung hinter dem bevorzugten Winkelbereich (Reflexionswinkel) rasch bis auf den bei kleinem Z geringen Anteil an „diffusen“ Elektronen ab.

B. Energieverteilung

Für die Rückstreuung von praktisch unendlich dicker Schicht (Sättigung) sollen im folgenden die Energieverteilungen $F(E/E_0)$ mitgeteilt werden, die in einheitlichem Maßstab dargestellt sind, in dem das Integral über die Kurven stets gleich 1 ist (vgl. den Abschnitt „Meß- und Auswertemethode“).

Stärker als es bei kleinen Energien (10–70 keV) von KANTER⁸ gefunden wurde, hängt im Energiebereich von 2 MeV die Energieverteilung der rückgestreuten Elektronen von der Beobachtungsgeometrie ab. Kurven mit einem schmalen Maximum bei relativ kleinen Energieverlusten, wie sie bei kleinen Energien gemessen werden, bekommt man bei 1,75 MeV nur bei schrägem Einschuß und Beobachtung im Reflexionswinkel, während bei senkrechtem Einschuß und großem Ablenkungswinkel die Energieverteilung zur energiearmen Seite verschoben ist. Solche Extremfälle der Beobachtungsart zeigt Abb. 12. Die Versuchsanordnung ist in allen Abbildungen durch eingefügte Skizzen gekennzeichnet, die Zahlen an den Kurven geben Streuwinkel Θ und Folienwinkel α an. Kurven ohne Meßpunkte sind an anderer Stelle mit den Meßpunkten wiederholt.

²⁰ Wenn man aus der Energie des (relativ schmalen) Maximums der bei $\alpha=30^\circ$ im Reflexionswinkel gemessenen Energieverteilung (s. Abb. 12) mit Hilfe des differentiellen Energieverlustes den in der Folie durchlaufenden Weg berechnet, so erhält man für alle Z streuäquivalente Dicken, die bei senkrechtem Einfall eine Streubreite von $\Theta_H=33^\circ$ ergäben.

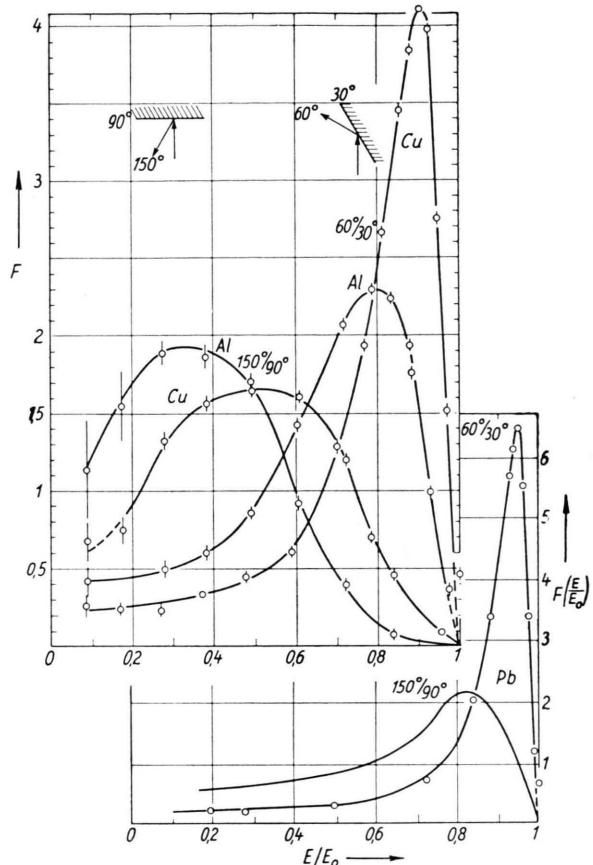


Abb. 12. Energieverteilung der von sättigungs dicker Schicht rückgestreuten Elektronen: Extremfälle der Beobachtungsart. Senkrechter Einschuß: $\alpha=90^\circ$, $\Theta=150^\circ$ und streifender Einschuß: $\alpha=30^\circ$, $\Theta=60^\circ$ ($E_0=1,75$ MeV).

Bei fester Folienstellung gibt Abb. 13 die Änderung des Spektrums im Verlauf einer Winkelverteilungskurve wieder. Für senkrechten Einschuß ($\alpha=90^\circ$, Abb. 13 a) sind die Unterschiede für verschiedene Streuwinkel gering. Der mittlere Energieverlust, und insbesondere der energiearme Anteil ($E/E_0 \rightarrow 0$) sind bei 120° geringer als bei 150° (s. Anm.²¹). Beträchtliche Unterschiede findet man dagegen bei schrägem Einschuß. Als Beispiel zeigt Abb. 13 b die Energieverteilungen der von Cu bei $\alpha=30^\circ$ rückgestreuten Elektronen: Im Reflexionswinkel hat man überwiegend Elektronen aus den

²¹ In dem Maße, wie „diffuse“ Elektronen aus der Tiefe der Schicht die Rückstreuintensität bestimmen, ist der Folienaustrittswinkel charakteristisch: Man vergleiche z. B. in Abb. 14 a die Kurven 120/30 und 150/60, die beide in Richtung der Normalen gemessen wurden und bis $E/E_0 < 0,7$ praktisch zusammenfallen.

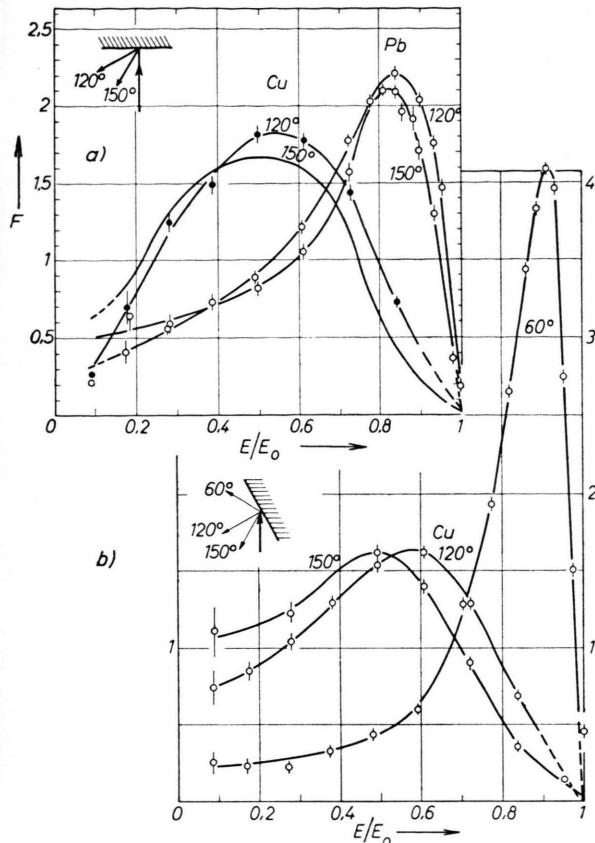


Abb. 13. Energieverteilung der unter verschiedenen Winkeln rückgestreuten Elektronen. a) senkrechter Einschub ($\alpha=90^\circ$, Cu und Pb) $\Theta=120^\circ$ und 150° ; b) streifender Einschub ($\alpha = 30^\circ$, Cu) $\Theta = 60^\circ$, 120° und 150° . ($E_0 = 1,75$ MeV, sättigungsdicke Schicht.)

vorderen Schichten, in rückwärtiger Richtung dagegen Elektronen, die große Wege in der Schicht zurückgelegt haben. Bei 150° ist hier der Anteil ganz langsamer Elektronen doppelt so groß wie bei senkrechtem Einschub. Um den Einfluß des Streuwinkels bei $\alpha = 60^\circ$ zu sehen, vergleiche man in der folgenden Abb. 14 a die Kurve $120^\circ/60^\circ$ mit der Kurve $150^\circ/60^\circ$.

Die Abb. 14 a und b geben den Einfluß der Folienstellung bei festem Ablenkungswinkel wieder: Bei der Streuung an Cu (Abb. 14 a) ist der Reflexionsfall wieder ausgezeichnet, während sonst größere Unterschiede nur für die stark abgebremsten Elektronen auftreten, je nachdem, ob senkrecht oder streifend zur Folie beobachtet wird. Bei Pb (Abb. 14 b) sind die Unterschiede geringer, wie es auch schon

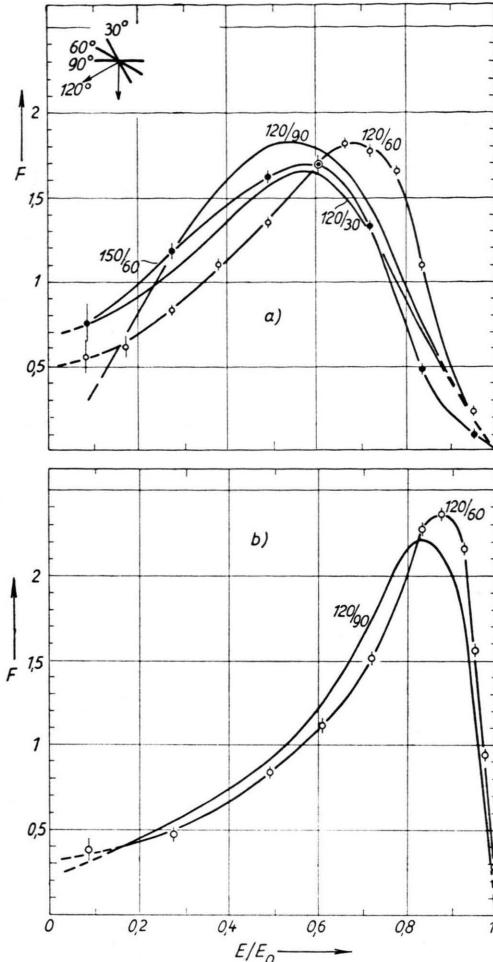


Abb. 14. Energieverteilung rückgestreuter Elektronen bei verschiedener Orientierung der streuenden Fläche, Ablenkungswinkel $\Theta=120^\circ$. a) Cu, $\alpha=30^\circ$, 60° und 90° ; b) Pb, $\alpha=60^\circ$ und 90° . Zum Vergleich ist ferner in a) die Kurve $\Theta=150^\circ/\alpha=60^\circ$ eingetragen. ($E_0=1,75$ MeV, sättigungsdicke Schicht.)

nach der Betrachtung der Winkelverteilung zu erwarten war.

Sieht man vom genaueren Verlauf der Energieverteilung ab, so kann man zusammenfassend sagen, daß der mittlere Energieverlust $\bar{\Delta}E$ im wesentlichen nur vom Ablenkungswinkel abhängt. (Bei gegebenem Streuwinkel ändert sich $\bar{\Delta}E$ z. B. bei Cu mit α höchstens um 10%.)

C. Der Einfluß der Primärenergie

Die starke Abhängigkeit der Rückstreuung von der Primärenergie bei Energien oberhalb von 1 MeV ist aus Abb. 15 ersichtlich.

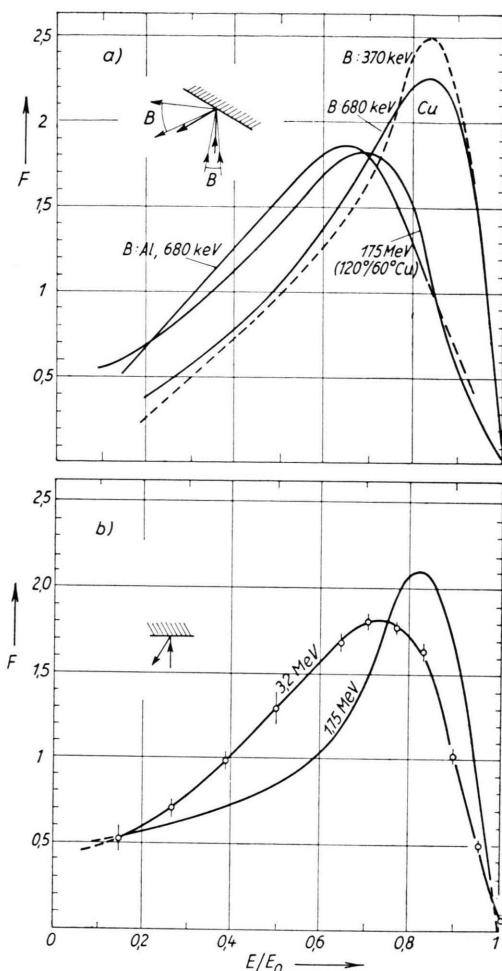


Abb. 15. Einfluß der Primärenergie auf die Energieverteilung der rückgestreuten Elektronen: a) $E_0 = 370 \text{ keV}, 680 \text{ keV}$ und $1,75 \text{ MeV}$; Cu, sättigungsdiöle Schicht. Zum Vergleich mit der Cu-Kurve bei $1,75 \text{ MeV}$ ist die Verteilung für Al bei 680 keV eingetragen. 370 und 680 keV nach BOTHE¹⁰. Die dort benutzte Beobachtungsgeometrie ist in der eingefügten Skizze mit „B“ gekennzeichnet. b) Rückstreuung von Pb ($\alpha = 90^\circ$, $\Theta = 150^\circ$) bei $1,75 \text{ MeV}$ und $3,2 \text{ MeV}$ ($\Theta = 150^\circ/\alpha = 90^\circ$).

Bei vergleichbarer Beobachtungsgeometrie ist in Abb. 15 a eine Energieverteilung der bei $1,75 \text{ MeV}$ an Cu rückgestreuten Elektronen mit den Messungen von BOTHE¹⁰ bei 370 keV und 680 keV zusammenge stellt. Wie es den theoretischen Abschätzungen von BOTHE¹¹ für kleine Energien entspricht, ändert sich das Spektrum von 370 keV bis 680 keV nur wenig mit der Primärenergie. Beim Übergang zu $1,75 \text{ MeV}$ dagegen verschiebt es sich so weit, daß der wahrscheinlichste Energieverlust etwa doppelt so groß ist wie bei 680 keV.

Folgt man den Überlegungen von BOTHE und setzt für Elektronenenergien oberhalb 1 MeV näherungsweise $dE/dx = \text{const}$ in die Rechnung ein, so erhält man die Abschätzung, daß die Energieverteilung von dem einzigen Parameter Z/E_0 abhängen sollte. Dies wird in Abb. 15 a dadurch bestätigt, daß die Cu-Kurve zu $1,75 \text{ MeV}$ fast mit der bei 680 keV gemessenen Al-Kurve zusammenfällt²². Damit ist zwar die Verschiebung etwas geringer, als nach $Z/E_0 = \text{const}$ zu erwarten wäre, doch dürfte das daran liegen, daß $E_0 = 680 \text{ keV}$ noch im Übergangsgebiet liegt, bis zu dem mit der Unabhängigkeit von der Primärenergie gerechnet werden kann.

Die Verschiebung des Energiespektrums beim Übergang von $1,75 \text{ MeV}$ zu $3,2 \text{ MeV}$ zeigt Abb. 15 b am Beispiel der Rückstreuung von Pb ($\alpha = 90^\circ$, $\Theta = 150^\circ$). Die Kurve zu $3,2 \text{ MeV}$ sollte der Ener-

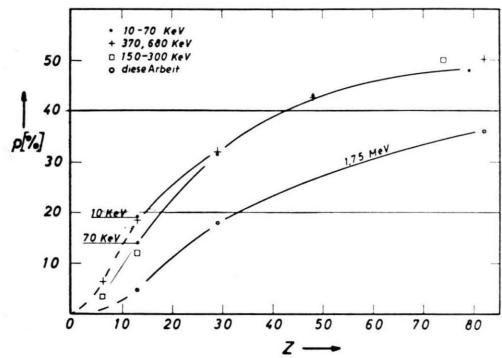


Abb. 16. Rückstreuoeffizient p als Funktion der Ordnungszahl Z bei verschiedenen Primärenergien. Die Werte bei kleinen Energien sind von KANTER⁸ (10–70 keV), TRUMP und VAN DE GRAAFF²⁴ (150–300 keV) und BOTHE¹⁰ (370 und 680 keV) gemessen. Die Relativwerte eines „gerichteten“ Rückstreuoeffizienten von BOTHE wurden hier mit $p(82) = 50\%$ angepaßt.

gieverteilung der an Silber bei $1,75 \text{ MeV}$ rückgestreuten Elektronen entsprechen. Dazu liegt zwar keine Vergleichsmessung vor, doch entspricht die Lage des Maximums (wahrscheinlichste Energie) nach Abb. 17 der Ordnungszahl $Z = 50$.

Auch der Rückstreuoeffizient p sollte oberhalb von 1 MeV eine Funktion von Z/E_0 allein sein. Für den rotationssymmetrischen Fall ($\alpha = 90^\circ$) wurde p , der Bruchteil der insgesamt rückgestreuten Elektro-

²² In gleicher Weise, wie es Abb. 15 a zeigt, findet man auch die zum Vergleich geeignete Kurve zu Pb $\Theta = 120^\circ$, $\alpha = 60^\circ$ bei $1,75 \text{ MeV}$ gegen die Pb-Kurve von BOTHE bei 680 keV verschoben: Sie liegt zwischen den Kurven für Cu und Sn bei 680 keV.

nen (Halbraum 2π), durch räumliche Integration der Winkelverteilungskurven berechnet. Trägt man die Ergebnisse für Sättigungsrückstreuung als Funktion von Z auf (Abb. 16), so liegen die Punkte auf einer Kurve, die bei kleinen Z stark abfällt und offenbar eine „Durchbiegung“ zeigt, auf die BOTHE schon hingewiesen hat (für kleine Energien bei kleineren Z).

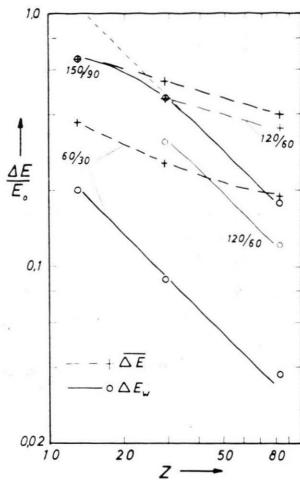


Abb. 17. Energieverlust der von sättigungsdicker Schicht rückgestreuten Elektronen. ΔE_w : wahrscheinlichster Energieverlust; $\overline{\Delta E}$: mittlerer Energieverlust. (Kurvenparameter: $\theta/\alpha = 60^\circ/30^\circ, 120^\circ/60^\circ, 150^\circ/90^\circ$. Doppellogarithmischer Maßstab.)

Vergleicht man nun mit den Rückstreuukoeffizienten bei kleinen Energien, so fällt auf, daß durch Änderung des Z -Maßstabes um den Faktor 2 die Werte für 1,75 MeV auf die den kleinen Energien entsprechende Kurve in Abb. 16 übertragen werden können²³.

D. Der Einfluß der Ordnungszahl

Zusammenfassend sei an Hand des Energieverlustes der Einfluß der Ordnungszahl betrachtet: Für

Elektronen, die nur relativ kurze Wege durch die Schicht zurückgelegt haben, bis die Vielfachstreuung das erforderliche Mindestmaß erreicht hat (vgl. z. B. den „Reflexionsfall“), ist der Energieverlust proportional zu $1/Z$ zu erwarten, da streuäquivalente Schichten durch die Streuweglänge bestimmt werden, für die näherungsweise $\lambda \sim A/Z^2$ gilt, während $d\overline{E}/dx \sim Z/A$ ist. Das ist für die Elektronen im Maximum (E_w) der Energieverteilung, die den wahrscheinlichsten Energieverlust ΔE_w haben, recht gut erfüllt (s. Abb. 17) und gilt auch noch bei senkrechtem Einschuß für Cu und Pb: Auch diese Punkte ΔE_w liegen in Abb. 17 auf einer Geraden entsprechend $\Delta E_w \sim 1/Z$, die aber etwa bei $Z = 15$ ($\Delta E_w = E_0$) ergeben würde. Das bedeutet, daß die dem Maximum bei Cu und Pb entsprechenden Elektronen bei Al bereits absorbiert sind.

So mag an Hand dieser Betrachtung schließlich auch der steile Abfall des Rückstreuukoeffizienten bei Al („Durchbiegung“ bei kleinen Z , s. Abb. 16) seine Deutung finden, da mit abnehmender Ordnungszahl nicht nur für die aus tiefen Schichten zurückdiffundierenden Elektronen die Chance abnimmt, an die Oberfläche zu gelangen, sondern von einer bestimmten Ordnungszahl ab auch die mit mäßiger Vielfachstreuung zurückkommenden Elektronen in der Schicht stecken bleiben.

Der *mittlere* Energieverlust zeigt wegen des Anteils der stark abgebremsten Elektronen, die aus tiefen Schichten zurückdiffundieren, eine geringere Z -Abhängigkeit, die etwa $\overline{\Delta E} \sim Z^{-1/3}$ entspricht.

Herrn Prof. Dr. W. PAUL und Herrn Prof. Dr. A. FLAMMERSFELD danke ich sehr für die Förderung und Unterstützung dieser Arbeit. Für die zur Verfügung gestellten Mittel sei der Deutschen Forschungsgemeinschaft besonders gedankt.

²³ Dieser Faktor entspricht der bei Abb. 15 a diskutierten Verschiebung der Cu-Kurve in die Al-Kurve:
 $Z(\text{Cu})/Z(\text{Al}) = 2,2$.

²⁴ J. G. TRUMP u. R. J. VAN DE GRAAFF, Phys. Rev. 75, 44 [1949].